

Exercícios Complementares - Aplicações

1. Seja $Q(t)$ a quantidade de carbono-14 no instante t (em anos) e $Q(0) = Q_0$ a quantidade original deste isótopo presente em resíduos de material vegetal. Considerando que Q satisfaz a eq. diferencial do decaimento radioactivo ($Q' = -cQ$, $c > 0$) e que o tempo de semi-vida do carbono-14 é de 5730 anos (o período de tempo necessário para a massa do isótopo se reduzir a metade do valor inicial), determine
 - (a) a constante de decaimento c para o carbono-14;
 - (b) uma expressão para $Q(t)$;
 - (c) a idade dos resíduos analisados, se a quantidade residual de carbono-14 determinada foi 20% da quantidade original.
2. Com base em observações experimentais, sabe-se que a temperatura superficial de um objecto modifica-se a uma taxa proporcional à diferença entre a temperatura do objecto e a temperatura ambiente (Lei do arrefecimento de Newton). Assim, se $\theta(t)$ é a temperatura de um objecto no instante t e T é a temperatura ambiente (suposta constante), θ satisfaz a seguinte equação diferencial

$$\theta' = -K(\theta - T), \text{ com } K > 0.$$

Considerando que a temperatura normal do corpo humano é de 37°C , determine a hora da morte de um dado indivíduo sabendo que a temperatura do corpo era de 29°C quando este foi encontrado, se reduziu para 23°C passado 2h e que a temperatura ambiente era de 20°C .

Soluções

1.
 - (a) $c = \frac{\ln 2}{5730} \text{ anos}^{-1}$
 - (b) $Q(t) = Q_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}$, $t \geq 0$
 - (c) $t = -\ln 0.2 \times \frac{5730}{\ln 2} \simeq 13305 \text{ anos}$
2. $K = \frac{\ln 3}{2} \text{ h}^{-1}$ e a morte ocorreu 1.16h antes de terem encontrado o corpo.